Open Access Library Journal
2021, Volume 8, e7054
ISSN Online: 2333-9721
ISSN Print: 2333-9705

Teaching Practice of "Ideological and Political Courses"—Taking Derivative as an Example Using Three-Implicit and Three-Fusional

Zhonghui Xue, Qianfeng Ma, Yuemin Teng

Shanghai Publishing and Printing College, Shanghai, China
Email: hnlgxzh@163.com

How to cite this paper: Xue, Z.H., Ma, Q.F. and Teng, Y.M. (2021) Teaching Practice of "Ideological and Political Courses"—Taking Derivative as an Example Using Three-Implicit and Three-Fusional. *Open Access Library Journal*, **8**: e7054.
https://doi.org/10.4236/oalib.1107054

Received: November 30, 2020
Accepted: January 9, 2021
Published: January 12, 2021

Abstract

In recent years, the Party Central Committee has paid more attention to the ideological education of students. College teachers are constantly exploring how to implement ideological and political education in the classroom teaching process. The author designs and practices the teaching of "Course Ideological and political education" in higher mathematics. Taking the concept of derivative as an example, this paper introduces how to combine the derivative with the ideological and political education of college students through the paradigm of "Three-implicit and Three-fusional", so as to play the role of teachers of basic courses in Ideological and political education.

Subject Areas

Education

Keywords

Advanced Mathematics, Derivative, Ideological and Political Courses, Three-Implicit and Three-Fusional

1. 绪论

习近平总书记曾说过，教师不能只做传授书本知识的教书匠，而是要成为塑造学生品格、品行和品味的大先生[1]。这就要求教师在课程教学过程中将“课程思政”这一必然主体积极主动地融入到实际教学中，将其贯穿于课程教学设计、教学方案、教学环节、教师的精神风貌等诸多课堂因素中，“课程思政”的目标通过这些课堂因素得以体现和落实。在具体的课程思政范式和方法上出现了一些具有借鉴意义的尝试，如上海出版印刷高等专科学校课

程思政教学团队提出的“三寓三式”(三寓是寓道于教，育德与教和寓教于乐；三式是指德育的融入方式，具体包括画龙点睛式，专题嵌入式和元素化合式)等[2] [3]。

《高等数学》是纯理科课程，其知识点以高度抽象性和严密的逻辑性著称，给人“高山仰止”的错觉，毫无疑问“高大上”的数学知识中具有丰富的唯物辩证法、方法论和人生哲理。提炼、凝练这些价值智慧，采用三寓三式等方式，将其运用到课堂教学中，不仅能够加深学生对知识点的理解和应用，还能够活跃课堂气氛，提高学习兴趣、提升思维高度和智慧视角，更能够帮助学生构建正确的“三观”，实现教书育人的统一，可以起到“化冰冷的美丽为火热的价值”的多维作用。本文以高等数学常规知识点“导数”为例，探究了该知识点的“三寓三式”课程思政案例。

2. “课程思政”教学实践——以导数为例

2.1. 导数知识点和数学思想

2.1.1. 导数核心知识点

从历史发生论的角度出发谈导数。众所周知，微积分的创立经历了漫长的时期，但是，我们往往将微积分的创立特别是导数概念归功于牛顿、莱布尼茨两人，如果我们将微积分中导数概念的发展史认真梳理，不难发现，在十七世纪之前，不少数学家已经开始了对切线的研究，比如法国的数学家费马、英国的数学家牛顿的老师巴罗等，都采用特征三角形或标准三角形的方法来求切线。17 世纪下半叶，牛顿和莱布尼兹在前人基础上各自独立发明了微积分[4]。他们区别于巴罗和费马的地方是看到了切线或者瞬时速度的本质，而不是在具体的细节。但他们都受困于无穷小量这个“鬼魂”，这个问题后来有经历柯西、魏尔斯特拉斯等人对极限问题的严格公理化而得以解决。所以从导数概念的发展史上来研究导数概念的教学，经历前人对导数核心概念的理解过程，有利于帮助学生理解导数概念、探究真理需要不断发力精神。。

为便于理解，我们首先给出导数的定义。给定函数 $y=f(x)$ 在点， x_0 的某个领域内有定义，当自变量 x 在 x_0 处取得增量 Δx （点 $x_0+\Delta x$ 仍在该领域内)时，相应的函数 $y=f(x)$ 取得增量 $\Delta y=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$；若 Δy 与 Δx 之比当 $\Delta x\to 0$ 是的极限存在，则称函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处可导，并称这个极限为函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的导数，记为

$$y'\big|_{x=x_0}=f'(x_0)=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\bigg|_{x=x_0}=\frac{\mathrm{d}f(x_0)}{\mathrm{d}x}$$

即

$$y'\big|_{x=x_0}=f'(x_0)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$$

综合来看，利用导数的定义求某点的导数，可以分为三个步骤：

第一步：写增量，写出对应自变量的增量 Δx 和对应的应变量的增量 Δy，即根据函数 $y=f(x)$ 的表达式，写出对应的 $\Delta y=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$；

第二步：求比值，根据函数的表达式 $y=f(x)$ 求出 $\Delta y/\Delta x$ 的表达式；

第三步：求极限，把第二步所得表达式 $\Delta y/\Delta x$ 求当 $\Delta x\to 0$ 的极限；即

$$f'(x_0)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)}{\Delta x}$$

第四步：给出导数的定义，当上面表达式的极限存在时，表示函数 $f(x)$ 在 x_0 点可导，$f'(x_0)$ 称为函数 $f(x)$ 在 x_0 处的导数，或称为导数值。记为

$$y'\big|_{x=x_0}=f'(x_0)=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\bigg|_{x=x_0}=\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}\bigg|_{x=x_0}$$

如果函数 $y=f(x)$ 在开区间 (a,b) 内每一点都可导，就称函数 $y=f(x)$ 在开区间 (a,b) 内可导。这时函数 $y=f(x)$ 对于区间内的每一个确定的 x 值，都对应着一个确定的导数值，这就构成一个新的函数，称这个函数为原来函数 $y=f(x)$ 的导函数，记作 y'，$f'(x)$，$\mathrm{d}y/\mathrm{d}x$，或 $\mathrm{d}f(x)/\mathrm{d}x$，简称导数。

从上面导数的定义可以看出：

1) 导数是一种特殊形式的极限，即当 $\Delta x\to 0$ 和 $\Delta y\to 0$ 时，二者之比 $\Delta y/\Delta x$ 的极限；

2) $\Delta x\to 0$ 时，$\Delta y\to 0$，因而 Δx 和 Δy 都是 $\Delta x\to 0$ 时的无穷小，也满足函数连续性的定义，即 $y=f(x)$ 是连续函数。因此可导的必要条件是函数是连续函数；但因为函数连续的时候 Δy 可能是 $\Delta x\to 0$ 的高价无穷小、低阶无穷小或同阶无穷小，因此当 $\Delta x\to 0$ 时，$\Delta y/\Delta x$ 的极限可能不存在(比如 Δy 是 $\Delta x\to 0$ 时 Δx 的低阶无穷小)，因此连续只能是函数可导的必要条件而不是充分条件。

数学符号的文化形式美和简洁美：1665 年牛顿采用 $\dot{x}$ 或 $\dot{y}$ 表示导数；1675 年莱布尼兹用 $\mathrm{d}y/\mathrm{d}x$ 来表示导数；1797 年拉格朗日用 y' 来表示导数，1800 年约翰伯努利以大写字母 D 表示导数，比如 $Df(x)$ 表示函数 $f(x)$ 的导数，进而 D 演变成为算子符号。现在较为通用的是莱布尼兹和拉格朗日创立的符号体系。

2.1.2. 导数核心数学思想

从认识论的角度来看，导数概念体现的是由平均变化率(近似量或者过程量)到瞬时变化率(精确量或者是结果)的极限思想，而从一般认识论的角度来说，是对学生由静止思维向动态思维转变的训练。历史发生论能够帮助教师按照自然的顺序呈现各个数学概念，尽可能地减少各个知识点之间的跨度。从上面的论述可以看出，导数概念和求某点的导数过程是一种非常重要的数学思想：极限思想、连续思想和无穷小比较思想，笼统上来讲是极限思想在求因变量和自变量之比极限中的重要应用，详细看是无穷小比较思想结合函数连续思想的一种升华。由此推广得到的导数思想可以说是一种寻求因变量的变化量和自变量的变化量关系的思维，引导我们认识变化的变化与变化的变化之间的关系、进而演变成为探究事物发展的规律非常重要的一种方法。

2.2. 寓教于乐——元素化合说文解字谈积分

“道”是“導”即“导”的本字。金文的“导” =(行，四通的大路) + (首，借代人体) + (又，抓持)，表示在路口拉人引路，如图 1 所示[5]。造字本义：在十字路口抓住对方的手引路。有的金文字形将“页”简化成“眉”。篆文 = (辵，行进) + (首，头) + (寸，抓持)，强调带路行进。因此“导数”可以解释为引导变化大小和方向的数或数学工具，顾名思义是引导大小和方向变化的一个数量或变量。

导数的引文单词为“derivative”，牛津字典解释为：名词解释为派生词、衍生字、派生物、衍生物；形容词解释为衍生的、派生的。英文“derivative”的词根为“riv”意为源头或河流，而前缀“de-”表示“向下”，后缀“-ative”为形容词后缀。组合在一起“derivative”的意思是在河流下面的，引出的。进而进行词性转换为“引出物，衍生物，派生物”的意思，而由于导数在最开始的定义是从函数 $f(x)$ 衍生出来的，故导数即“函数的衍生物”。

比较中西方文化，表面看，好像中华文化更注重形象化的推理，西方文化更注重延伸化的逻辑推理。其实，从“导数”和“derivative”的产生的源头可以看出，二者都具有形象思维、抽象思维和逻辑思维的混合。

2.3. 寓道于教——画龙点睛融入导数中的数学思想

通过对量变与质变哲学关系的思考，确定了导数思想中量变与质变的关系；并通过利用导数思想求解二维曲线任意一点切线斜率和瞬时速度的过程，体现了导数思想中量变与质变的基本形式、相互关系及其转化过程；最后，通过求曲线的切线、瞬时速度等实例，将导数思想在数学、现代科学领域所处的地位及其重要意义做了简要介绍。通过知识的讲解和升华，提炼出导数的数学思想：

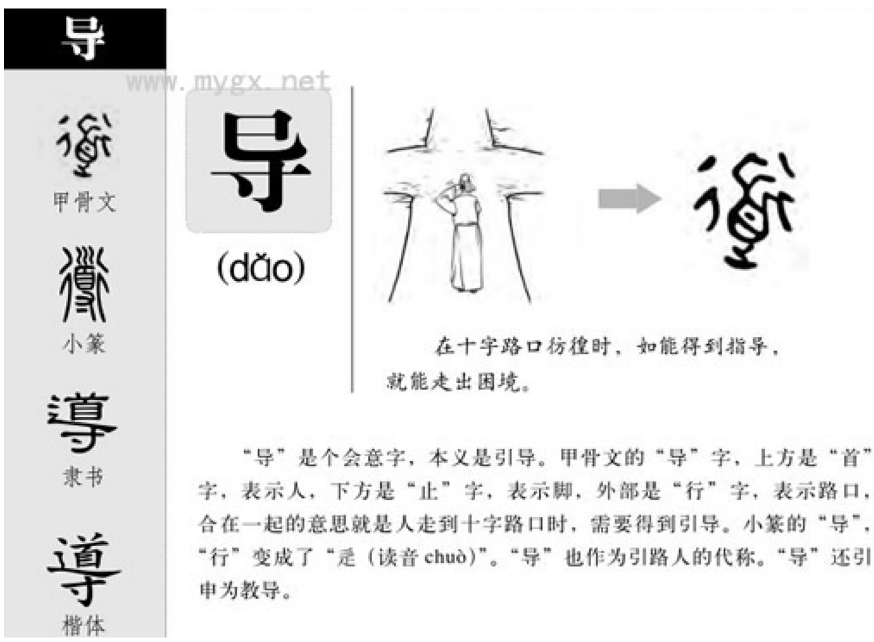

图 1. “导”字的历史演变示意图

1) 否定之否定思想：尽管我们的初心是求曲线的切线，但是我们首先否定了切线，确定以求解割线的斜率为切入点是第一次否定，通过对曲线割线的否定来求解切线是第二次否定，通过两次否定，我们实现了曲线切线的精确求解。马克思指出：“首先取差，然后再把它扬弃。这并不是简单地导致，而是带来了实际结果。这个实际结果就是新的函数即导函数。理解微分运算的全部困难(正像理解否定之否定本身时那样)恰恰就在这里。”辩证唯物主义认为．物质世界处于永不停息运动之中．运动是物质世界的本质属性，运动是绝对的，静止是相对的。运动与静止是相互依赖、相互转化的。

2) 量变质变思想：量变质变规律提示了事物发展变化形式上具有的特点．从量变开始，质变是量变的终结。其中量变是质变的必要准备，质变是量变的必然结果；质变不仅可以完成量变，而且为新的量变开辟道路。比如在割线到切线是无数次的量变积累的质变，或者说割线的质变形成了切线。

3) 近似到精确的思想：从求割线的斜率开始，不断的作近似处理，但是近似永远不是精确，但是，我们通过近似的发展趋势，得出来精确的切线斜率；再比如求瞬时速度，从平均速度开始，很显然平均速度不是瞬时速度，但是不断的作近似，无限近似之后的结果就是瞬时速度。近似不是目的，是手段或者方法，通过近似的替代找到和真值之间的关系，需要努力的方向就会自动的显现出来。

4) 归纳和演绎的思想：由部分到整体、个别到一般的推理是归纳推理，由一般到特殊的推理是演绎推理。二维平面曲线切线的求解、变速直线运动的瞬时速度的计算等问题都是一般问题，但是一般问题中蕴含着共性和普遍性规律，导数就是从一般的问题中抽取了共性和一般性规律，通过逻辑推理和程序化的方法建立起来的一个通用的概念。概念形成之后进而推广到具体的问题，如不规则图形的切线、变力做功的功率、变速运动的加速度等具体问题的求解就会变得简单易行。

5) 对立与统一思想：在引入导数概念的环节，不管是从割线到切线，还是从平均速度到瞬时速度，看似对立不可协调的两个对立概念(割线和切线，平均速度和瞬时速度)，通过极限这个数学工具实现了统一(割线演变成了切线，平均速度进化成了瞬时速度)。割线和切线、平均速度和瞬时速度的竞争，在极限这个法则的指导下实现了竞争的有序和统一。这不正是孔子提出的“君子无所争。必也射乎！揖让而升，下而饮，其争也君子。”所具有的内涵吗！解决这个问题的过程中。“变”与“不变”的辩证关系被揭示得坦露无遗，思路之慎密，方法之巧妙，堪称叫绝。毫无疑问，在学习导数概念的同时．学生们自然而然地从中受到了辩证唯物主义思想的教育。

方滨兴院士在很多场合提到过自己的导数理论，“我认为人生有三种状态，一种是导数为负，走下坡路；一种是导数为常数，原地踏步；另外一种是导数为正，每天在进步。我们应该追求的是导数大于零，而不是常数最高。一个人要留意自己的导数，有一天如果你找不到导数了，你就换一个地方。”

从以上几个方面，可以看出教师应当在课程思政的教学改革中树立积极识变，主动求变，科学应变，充满张力的改变教学方式，学生自然会领悟“君

子不器”，进而融通和成才。导数概念作为微积分的核心概念，涉及的变化率、切线、极限、平均速度、瞬时速度等概念的发展，不仅是形式上的变化，更是数学家思想上的变化。从逻辑学的角度来讲，概念是一种反映对象或其属性的思维方式，具有恒定的“内涵”与“外延”。蜕变的过程是很痛苦的，但每一次的蜕变，都会有成长的惊喜。做你没做过的事情叫成长，做你不愿意做的事情叫改变，做你不敢做的事情叫突破。

2.4. 育德于教——专题嵌入导数中的德育因子

以导数的知识点和思想为基础，我们深入探究这一人类文明重要成果所蕴含的丰富的思政元素，归纳如下：

1) 善于发现各种变量的变化之间的关系，从而做出具体的合适的择决。

“识时务者为俊杰”这句话出自于《三国志·蜀志·诸葛亮传》，其字面意思是懂得历史发展趋势的才算聪明杰出的人。多用于规劝、告诫。中共中央在十四五规划和 2035 远景目标建议中指出，我们现在处在新发展阶段、要有新发展理念、要构建新发展格局。是以习近平总书记为核心的党中央，根据国内外发展的形式作出的最新的片段，形式的发展就是形式发生了变化，是一个综合参量的增量，我们要根据变化的快慢作出判断，适应形式的发展，构建新发展阶段的新的理念和新的格局。

2) 透过形式看内涵，抽取事物发展的规律，才能不断的给自己的人生导航。

在一元标量函数中导数中导数的定义中一般人理解导数就是变化率，但是不要忘记了变化率是由方向的。因此，导数不仅仅表明了变化率，还表明了变化的方向和趋势。

世界是复杂的也是简单的。变化率的情境在各种各样的场景中都能够遇到，如何抽取共同的、一般性和具有普适性的规律，考察的是一个人透过形式看内涵，通过表象看根本，借助具体探究抽象的能力和眼界。目前中国特色社会主义面临两个大局，一个是世界百年之大变局，一个是实现第二个一百年奋斗目标的大局。这是以习近平总书记为核心的党中央根据国际和国内形势发展变化做出的准确判断，给我们下一步的奋斗指明了方向。

3) 遵循原则做事，探究事物本源，不断创新。

导数不是凭空而生，中文的“导”，造字的本意是指导、引导一个在十字路口迷失方向感到困惑的人，引导什么不言而喻；英文的“derivative”源于词根“riv”是源头的意思，从源头开始乡下流动出来的事物或者物质，也就是说导数源于求导之前的事物，是他的衍生物。但是导数的概念一旦产生，就不在依赖于求导之前的函数，有自己的独立的对应法则和拓展空间。建立了导函数拥有的体系。

需要提醒学生注意的事项：

1) 导数是函数的局部性质。一个函数在某一点的导数描述了这个函数在这一点附近的变化率。如果函数的自变量和取值都是实数的话，函数在某一点的导数就是该函数所代表的曲线在这一点上的切线斜率。导数的本质是通

过极限的概念对函数进行局部的线性逼近。例如在运动学中，物体的位移对于时间的导数就是物体的瞬时速度；

2) 对于可导的函数 $f(x)$，$f'(x)$ 也是一个函数，称作 $f(x)$ 的导函数(简称导数)。寻找已知的函数在某点的导数或其导函数的过程称为求导。实质上，求导就是一个求极限的过程，导数的四则运算法则也来源于极限的四则运算法则，是前人在极限法则基础上推导而来；

3) 不是所有的函数都有导数(一元函数可导的前提是连续，但连续不一定可导)；

4) 一个函数也不一定在所有的点上都有导数；

5) 若某函数在某一点导数存在，则称其在这一点可导，否则称为不可导；然而，可导的函数一定连续；不连续的函数一定不可导。

3. 小结

本文以导数概念为例，介绍如何将导数知识点与大学生的思想政治教育相结合，与人生哲理和做事方法相结合，时代在发展，研究在继续，未来必然出现更多的导数德育内涵的案例，比如如何结合学生的专业应用谈导数的思想价值，如何结合“两个大局”谈变化的方向的选择问题等。限于笔者视野，本文希望能够起到抛砖引玉的作用。在课堂教学当中贯穿课程思政，是一项长期而艰巨的任务，在《高等数学》课程教学当中，具有丰富的思想价值值得深入的挖掘，需要不断地进行探索，从而更好地将课程思政落实到课堂教学当中。

致　谢

本文受 2018 年度教育部高校示范马克思主义学院和优秀教学科研团队建设项目(18JDSZK012)、上海出版印刷高等专科学校“课中课”国家级教学成果奖应用推广工程子项目(ZK-2020-032)，2020 年上海出版印刷高等专科学校思政重点课题和 2020 年上海出版印刷高等专科学校高教研究课题(GJYJ-2020-10)资助。

Conflicts of Interest

The authors declare no conflicts of interest regarding the publication of this paper.

References

[1] 习近平在全国高校思想政治工作会议上的讲话[Z/OL]. http://cpc.people.com.cn/xuexi/n1/2018/0906/c421030-30276689.html, 2016-12-07.

[2] 滕跃民, 张玉华, 肖纲领. 高职专业“课程思政”的“道法术器”改革[J]. 辽宁高职学报, 2018(8): 53-55.

[3] 滕跃民, 张玉华, 马前锋, 汪军, 孟仁振. 同向同行: 知识传授与价值引领同频共振——上海出版印刷高等专科学校“课中课”课程思政改革探析[N]. 中国教育报, 2019-06-19(11).

[4] 王嵘. 从历史出发讲授微积分[J]. 数学通报, 2010, 49(4): 9-13.

[5] 导数的繁体字怎么写? [Z/OL]. http://zi.mygx.net/zi/3288.htm

Appendix (Abstract and Keywords in Chinese)

导数概念课程思政三寓三式的教学实践

摘要：目前，全进国高校正在紧锣密鼓地进行课程思政的教学改革，如何结合课程知识点将思政教育落实在课堂教学过程是许多高校教师迫切需要了解的课题。本文以导数概念为例，介绍如何将导数概念通过三寓三式的范式与大学生的思政政治教育相结合，从而发挥基础课教师在思想政治教育中的作用。

关键词：高等数学，导数，课程思政，三寓三式